



NIEUW

Wiskunde Overzichten

Youtube Videos

Elektronische oefeningen

Dit is mijn persoonlijke website.

Hier kan je allerlei informatie vinden over MIJ en over WISKUNDE

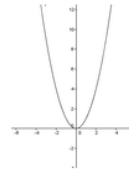
Voorbeelden van INDUCTIEF lesgeven in Wiskunde

Lesgeven in Wiskunde in Secundaire Scholen

Bijlessen in Wiskunde en Wiskunde Forum

Wiskunde On-Line

Wie ben ik ? Persoonlijke Informatie



Vraag gesteld in Toelatingsexamen Burgerlijk Ingenieur in Gent

Eerste zittijd 1980

Gegeven het stelsel bepaald door de matrixvergelijking $2AX = aX$ waarbij

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1/2 \\ 0 & 5 & 1 \\ 1/2 & 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ en } X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ met } a \text{ een parameter}$$

(1) Bepaal alle waarden voor a zodat het stelsel een andere oplossing dan de nuloplossing heeft

(2) Geef de oplossingen voor elk gevonden waarde van a

We herschrijven eerst $2A = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 1 \\ 0 & 10 & 2 \\ 1 & 2 & 10 \end{bmatrix} = B$

De vergelijking wordt dan $BX = ax$

We zoeken dus de eigenwaarde van B (want de oplossingen van de vergelijkingen zijn de eigenvectoren)

Dit betekent volgend oplossen

Determinant van $B - aI_3$ moet 0 zijn

$$\text{Stelsel in matrix vorm} = \begin{bmatrix} 10-a & 0 & 1 \\ 0 & 10-a & 2 \\ 1 & 2 & 10-a \end{bmatrix}$$

Voorwaarde Determinant = 0

Ontwikkelen naar 1^{ste} rij $(10-a)((10-a)^2 - 4) - 1(-10+a) =$

$$(10-a)(100 - 20a + a^2 - 4) + 10 - a = 960 - 200a + 10a^2 - 96a + 20a^2 - a^3 + 10 - a =$$

$$-a^3 + 30a^2 - 297a + 970 = 0$$

Op zoek naar een nulpunt ::: beetje zoeken en dan vind je 10

$$\begin{array}{cccc} -1 & 30 & -297 & 970 \\ 10 & -10 & 200 & -970 \\ -1 & 20 & -97 & 0 \end{array}$$

$$\text{Dus } a^2 - 20a + 97 = 0$$

$$\text{Discriminant} = 400 - 388 = 12 \text{ dus } (20 + \sqrt{12})/2 \text{ en } (20 - \sqrt{12})/2$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 4} = 2\sqrt{3} \text{ dus } 10 + \sqrt{3} \text{ en } 10 - \sqrt{3}$$

Drie mogelijkheden 10, $10 - \sqrt{3}$ en $10 + \sqrt{3}$

Mogelijkheid 1 : $a = 10$

$$0x + 0y + 1z = 0$$

$$0x + 0y + 2z = 0$$

$$x + 2y + 0z = 0$$

Dus $x + 2y = 0$ en $z = 0$ oftewel $(r, -2r, 0)$ met

Mogelijkheid 2 : $a = 10 - \sqrt{3}$

$$\sqrt{3}x + 0y + 1z = 0$$

$$0x + \sqrt{3}y + 2z = 0$$

$$x + 2y + \sqrt{3}z = 0$$

door substitutie $-2z = 0$ of $z = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow$ geen extra oplossingen

Mogelijkheid 3 : $a = 10 + \sqrt{3}$

$$-\sqrt{3}x + 0y + 1z = 0$$

$$0x + \sqrt{3}y + 2z = 0$$

$$x + 2y + \sqrt{3}z = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{4}{\sqrt{3}}y - \sqrt{3}z = \frac{(1+4-3)}{3}z = 2z = 0 = x = y \rightarrow \text{geen extra oplossingen}$$