



NIEUW

Wiskunde Overzichten

Youtube Videos

Elektronische oefeningen

Dit is mijn persoonlijke website.

Hier kan je allerlei informatie vinden over MIJ en over WISKUNDE

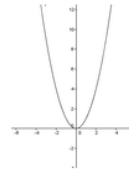
Voorbeelden van INDUCTIEF lesgeven in Wiskunde

Lesgeven in Wiskunde in Secundaire Scholen

Bijlessen in Wiskunde en Wiskunde Forum

Wiskunde On-Line

Wie ben ik ? Persoonlijke Informatie



Vraag gesteld in Toelatingsexamen Burgerlijk Ingenieur in Gent ,

Eerste zittijd 1980

Vorm volgende determinant om tot een product van lineaire factoren ZONDER de determinant uit te werken. Steun op de eigenschappen van de determinanten

$$\begin{vmatrix} (a+b-c-d)^4 & (a+b-c-d)^2 & 1 \\ (a-b+c-d)^4 & (a-b+c-d)^2 & 1 \\ (a-b-c+d)^4 & (a-b-c+d)^2 & 1 \end{vmatrix}$$

Oplossing

Dit is een *Determinant van Vandermonde*

Stel $z_1 = a + b - c - d$

Stel $z_2 = a - b + c - d$

Stel $z_3 = a - b - c + d$

Dan

$$\begin{vmatrix} (a+b-c-d)^4 & (a+b-c-d)^2 & 1 \\ (a-b+c-d)^4 & (a-b+c-d)^2 & 1 \\ (a-b-c+d)^4 & (a-b-c+d)^2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} z_1^4 & z_1^2 & 1 \\ z_2^4 & z_2^2 & 1 \\ z_3^4 & z_3^2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$(z_1^2 - z_2^2)(z_2^2 - z_3^2)(z_3^2 - z_1^2)$$

$$\text{Dan } z_1^2 = (a + b - c - d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2ad - 2bc - 2bd + 2cd$$

$$\text{Dan } z_2^2 = (a - b + c - d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2ad - 2bc + 2bd - 2cd$$

$$\text{Dan } z_3^2 = (a - b - c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2ad + 2bc - 2bd - 2cd$$

$$\text{Dan } z_1^2 - z_2^2 = 4ab - 4ac - 4bd + 4cd = 4(ab - ac + cd - bd) = 4(a(b - c) - d(b - c)) = 4(a - d)(b - c)$$

$$\text{Dan } z_2^2 - z_3^2 = 4ac - 4ad - 4bc + 4bd = 4(ac - ad - bc + bd) = 4(a(c - d) - b(c - d)) = 4(a - b)(c - d)$$

$$\text{Dan } z_3^2 - z_1^2 = -4ab + 4ad + 4bc - 4cd = 4(ad - ab + bc - cd) = 4(a(d - b) - c(d - b)) = 4(a - c)(d - b)$$

$$\begin{vmatrix} (a + b - c - d)^4 & (a + b - c - d)^2 & 1 \\ (a - b + c - d)^4 & (a - b + c - d)^2 & 1 \\ (a - b - c + d)^4 & (a - b - c + d)^2 & 1 \end{vmatrix} = 64(a - d)(b - c)(a - b)(c - d)(a - c)(d - b)$$